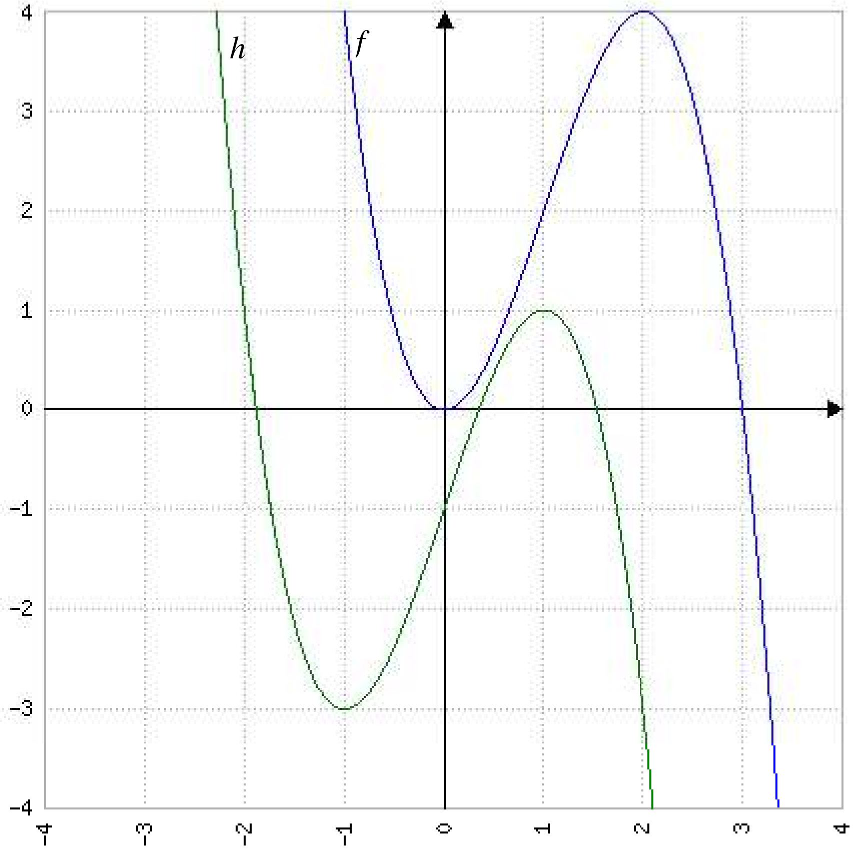
Aufgabe 1: Gegeben sei die Funktion $f(x) = -x^3 + 3x^2$, deren Graph unten abgebildet ist.

a) Sei *g* die Funktion, deren Graph durch Verschiebung von drei Einheiten nach links aus dem Graphen von *f* entsteht. Geben Sie den zugehörigen Funktionsterm an.

b) Unten abgebildet sehen Sie auch den Graphen einer Funktion *h*. Erläutern Sie, wie der Graph von *h* aus dem Graphen von *f* entstanden ist und geben Sie den zugehörigen Funktionsterm an.

c) Der Graph einer Funktion *k* entsteht durch Stauchung des Graphen der Funktion *f* mit dem Faktor 0,5. Zeichnen Sie den Graphen der Funktion *k* in das unten stehende Koordinatensystem auf diesem Aufgabenblatt.



Aufgabe 2: Mein Sohn hat die Angewohnheit, ständig irgendwelche Spielzeuge in seinem Zimmer liegen zu lassen. Da er nichts wegräumt werden es täglich mehr Spielzeuge, die auf dem Boden liegen.
Ich habe mir mal die Arbeit gemacht und für ein paar Tage aufgezeichnet, wie viele Spielzeuge auf dem Boden liegen. Ich bin zu folgendem Ergebnis gekommen:

Tag	Montag	Dienstag	Mittwoch	Donnerstag	Freitag
Spielzeuge	2	4	7	12	14

a) Tragen Sie die Punkte in ein Koordinatensystem ein. **Hinweis:** Wählen Sie auf der x-Achse den Montag im Koordinatenursprung

b) Entwickeln Sie ein lineares und ein exponentielles Modell zur Beschreibung der Spielzeuganzahl. Zeichnen Sie beide Funktionen in das Koordinatensystem aus Aufgabenteil a) ein.

c) Entscheiden und begründen Sie, welches Modell geeigneter ist.

Aufgabe 3: Vereinfachen Sie mithilfe der Potenzgesetze. Geben Sie Zwischenschritte an.
Hinweis: Das Ergebnis alleine bringt keine Punkte.

a) $\left(\frac{6\cdot 3^3}{\sqrt{3^7}}\right)^2$ **b)** $\left(\left(3^{-3}\right)^{\frac{2}{3}}\right)^{0,25}\cdot\sqrt{27}$ **c)** $\frac{\sqrt[3]{4}\cdot 5^{-1}}{2^{-\frac{1}{3}}\cdot\sqrt{5^{-4}}}$

Aufgabe 4: Durch Verabreichen einer Infusion befinden sich 28 mg eines Medikamentes im Blut einer Patientin. Stündlich werden 18 % abgebaut.

a) Berechnen Sie auf zehntel Milligramm genau, wie viel des Medikaments nach sechs Stunden noch im Blut vorhanden ist.

b) Berechnen Sie die Zeitspanne, die vergehen muss, damit das Medikament bis auf 10 mg abgebaut ist.

c) Bestimmen Sie die Halbwertszeit, d. h. die Zeit, die vergehen muss, damit das Medikament zur Hälfte abgebaut ist.

d) Nehmen Sie Stellung zur folgenden Aussage:
"Ein Tag nach der Infusion ist das Medikament nahezu vollständig abgebaut."

Aufgabe 5: Gegeben seien die Punkte M(7 | 1) und P(−5 | 6).

a) Sei k der Kreis um den Mittelpunkt M auf dessen Rand der Punkt P liegt. Bestimmen Sie den Radius r und die Kreisgleichung des Kreises k.

b) Begründen oder widerlegen Sie, dass die folgenden Punkte auf dem Rand des Kreises k liegen: A(−5 | −4), B(−6 | 1) und C(−7 | 6)

c) Die Tangente t_1 verlaufe durch den Berührpunkt Q(2 | −11). Bestimmen Sie die Tangentengleichung der Tangente t_1.

d) Begründen Sie rechnerisch, dass die Gerade mit der Gleichung $t_2: y = -2{,}4x - 16$ eine Tangente an den Kreis k ist.

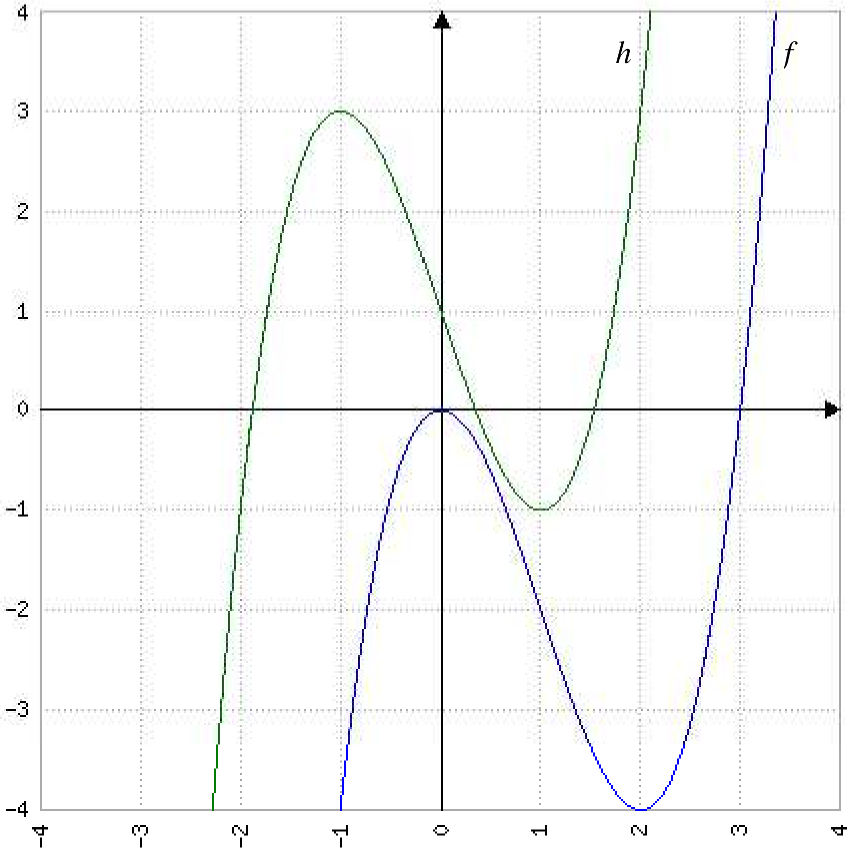
Viel Erfolg!

Aufgabe 1: Gegeben sei die Funktion $f(x) = x^3 - 3x^2$, deren Graph unten abgebildet ist.

a) Sei *g* die Funktion, deren Graph durch Verschiebung von drei Einheiten nach links aus dem Graphen von *f* entsteht. Geben Sie den zugehörigen Funktionsterm an.

b) Unten abgebildet sehen Sie auch den Graphen einer Funktion *h*. Erläutern Sie, wie der Graph von *h* aus dem Graphen von *f* entstanden ist und geben Sie den zugehörigen Funktionsterm an.

c) Der Graph einer Funktion *k* entsteht durch Stauchung des Graphen der Funktion *f* mit dem Faktor 0,5. Zeichnen Sie den Graphen der Funktion *k* in das unten stehende Koordinatensystem auf diesem Aufgabenblatt.



Aufgabe 2: Mein Sohn hat die Angewohnheit, ständig irgendwelche Spielzeuge in seinem Zimmer liegen zu lassen. Da er nichts wegräumt werden es täglich mehr Spielzeuge, die auf dem Boden liegen.
Ich habe mir mal die Arbeit gemacht und für ein paar Tage aufgezeichnet, wie viele Spielzeuge auf dem Boden liegen. Ich bin zu folgendem Ergebnis gekommen:

Tag	Montag	Dienstag	Mittwoch	Donnerstag	Freitag
Spielzeuge	3	5	8	13	15

a) Tragen Sie die Punkte in ein Koordinatensystem ein. **Hinweis:** Wählen Sie auf der x-Achse den Montag im Koordinatenursprung

b) Entwickeln Sie ein lineares und ein exponentielles Modell zur Beschreibung der Spielzeuganzahl. Zeichnen Sie beide Funktionen in das Koordinatensystem aus Aufgabenteil a) ein.

c) Entscheiden und begründen Sie, welches Modell geeigneter ist.

Aufgabe 3: Vereinfachen Sie mithilfe der Potenzgesetze. Geben Sie Zwischenschritte an.
Hinweis: Das Ergebnis alleine bringt keine Punkte.

a) $\left(\dfrac{10\cdot 5^3}{\sqrt{5^7}}\right)^2$ **b)** $\sqrt{27}\cdot\left(\left(3^{\frac{2}{3}}\right)^{-3}\right)^{0,25}$ **c)** $\dfrac{\sqrt[3]{4}\cdot 7^{-1}}{2^{-\frac{1}{3}}\cdot\sqrt{7^{-4}}}$

Aufgabe 4: Durch Verabreichen einer Infusion befinden sich 32 mg eines Medikamentes im Blut einer Patientin. Stündlich werden 19 % abgebaut.

a) Berechnen Sie auf zehntel Milligramm genau, wie viel des Medikaments nach sechs Stunden noch im Blut vorhanden ist.

b) Berechnen Sie die Zeitspanne, die vergehen muss, damit das Medikament bis auf 10 mg abgebaut ist.

c) Bestimmen Sie die Halbwertszeit, d. h. die Zeit, die vergehen muss, damit das Medikament zur Hälfte abgebaut ist.

d) Nehmen Sie Stellung zur folgenden Aussage:
"Ein Tag nach der Infusion ist das Medikament nahezu vollständig abgebaut."

Aufgabe 5: Gegeben seien die Punkte M(7 | 1) und P(–5 | 6).

a) Sei *k* der Kreis um den Mittelpunkt M auf dessen Rand der Punkt P liegt. Bestimmen Sie den Radius *r* und die Kreisgleichung des Kreises *k*.

b) Begründen oder widerlegen Sie, dass die folgenden Punkte auf dem Rand des Kreises *k* liegen: A(–5 | –4), B(–6 | 1) und C(–7 | 6)

c) Die Tangente t_1 verlaufe durch den Berührpunkt Q(2 | –11). Bestimmen Sie die Tangentengleichung der Tangente t_1.

d) Begründen Sie rechnerisch, dass die Gerade mit der Gleichung $t_2 : y = -2{,}4x - 16$ eine Tangente an den Kreis *k* ist.

Viel Erfolg!

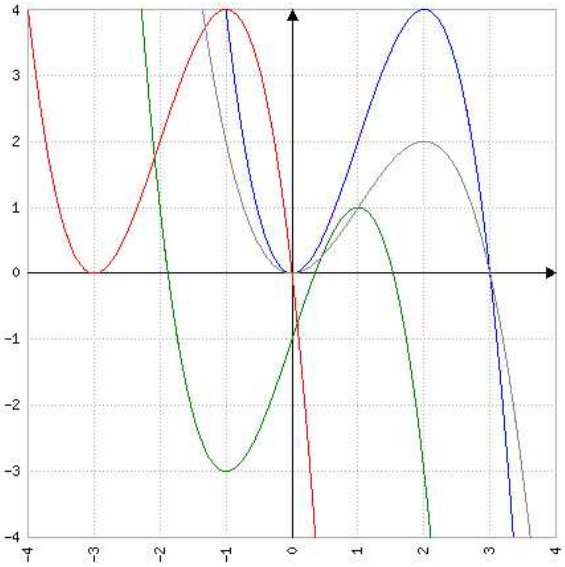
LÖSUNGEN GRUPPE A:

Aufgabe 1:

a) $g(x) = -(x+3)^3 + 3(x+3)^2$

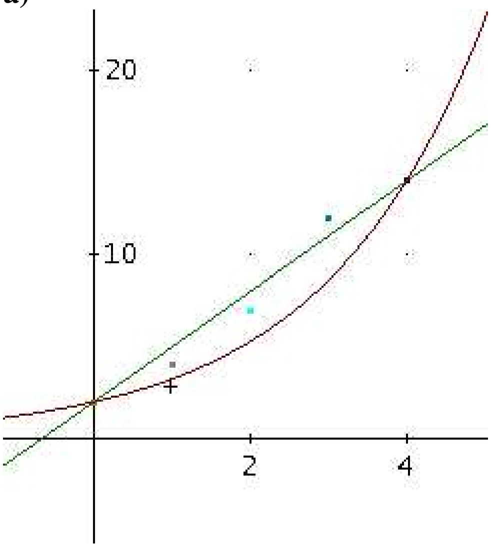
b) $h(x) = -(x+1)^3 + 3(x+1)^2 - 3$

c)



Aufgabe 2:

a)



b) exponentielles Modell: $f(x) = 2 \cdot 1{,}62657656^x$

lineares Modell: $g(x) = 3x + 2$

c) Summe der Abweichungen beim linearen Modell wesentlich geringer, also kann der Sachverhalt sinnvoll nur mit dem linearen Modell modelliert werden.

x	0	1	2	3	4
Spielzeuge	2	4	7	12	14
f(x)	2	3,3	5,3	8,6	14
g(x)	2	5	8	11	14

Aufgabe 3:

a) $\left(\frac{6\cdot 3^3}{\sqrt{3^7}}\right)^2 = \frac{36\cdot 3^6}{3^7} = \frac{36}{3} = 12$

b) $\left(\left(3^{-3}\right)^{\frac{2}{3}}\right)^{0,25} \cdot \sqrt{27} = 3^{-3\cdot\frac{2}{3}\cdot 0,25} \cdot \sqrt{27} = 3^{-\frac{1}{2}} \cdot 27^{\frac{1}{2}} = (27:3)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{9} = 3$

c) $\frac{\sqrt[3]{4}\cdot 5^{-1}}{2^{-\frac{1}{3}}\cdot\sqrt{5^{-4}}} = \sqrt[3]{2^2}\cdot\sqrt[3]{2}\cdot 5^{-1}\cdot 5^2 = \sqrt[3]{2^3}\cdot 5 = 2\cdot 5 = 10$

Aufgabe 4:

a) $28mg\cdot 0,82^6 = 8,5\,mg$

b) $\log_{0,82}\frac{10}{28} = 5,188$, also nach ca. 5,2 Stunden = 5 Stunden und 12 Minuten

c) $\log_{0,82} 0,5 = 3,49$, also nach ca. 3,5 Stunden = 3 Stunden und 30 Minuten

d) $28\cdot 0,82^{24} = 0,24$, d. h. nach einem Tag sind noch 0,24 mg (d. h. weniger als 1%) des Medikaments im Blut, also ist es nahezu vollständig abgebaut.

Aufgabe 5:

a) $k:(x-7)^2+(y-1)^2 = 13^2$, also $r = 13$

b) $A:(-5-7)^2+(-4-1)^2 = 169$, also A $\in$ k

$B:(-6-7)^2+(1-1)^2 = 169$, also B $\in$ k

$C:(-7-7)^2+(6-1)^2 = 221$, also C $\notin$ k

c) $t_1: y = -\frac{5}{12}x - 10\frac{1}{6}$

d) Orthogonale zu t_2 durch M: $o: y = \frac{5}{12}x - \frac{23}{12}$

Schnittpunkt zwischen o und t_2:

$-2,4x-16 = \frac{5}{12}x - \frac{23}{12} \Leftrightarrow x = -5 \Rightarrow y = -4$

Also Schnittpunkt R(−5 | −4). Dieser Punkt liegt laut Aufgabenteil b) auf dem Kreisrand.